

Informatik D: Einführung in die Theoretische Informatik  
**Klausur — SoSe 2019 — 24. September 2019**

Nebentermin, Prüfungsnr. 1007049

Gruppe: Kern/Kurz

**Unbedingt ausfüllen**

Matrikelnummer	Studiengang/Abschluss	Fachsemester
<input style="width: 95%;" type="text"/>	<input style="width: 95%;" type="text"/>	<input style="width: 95%;" type="text"/>
Nachname	Vorname	
<input style="width: 95%;" type="text"/>	<input style="width: 95%;" type="text"/>	
Unterschrift	Identifikator <small>(Beliebiges Wort zur Identifikation im anonymen Notenaushang)</small>	
<input style="width: 95%;" type="text"/>	<input style="width: 95%;" type="text"/>	

**Grundregeln**

- Die Bearbeitungszeit der Klausur beträgt **120 Minuten**.
- Sie schreiben diese Klausur **vorbehaltlich** der Erfüllung der **Zulassungsvoraussetzung**. Das heißt: Wir werden Ihre Zulassung vor Korrektur prüfen; die Tatsache, dass Sie die Klausur mitschreiben, bedeutet keine implizite Zulassung.
- Es sind **keine Unterlagen** und auch **keine** anderen **Hilfsmittel** erlaubt.
- Benutzen Sie nur dokumentenechten (blauen oder zur Not schwarzen) **Kugelschreiber!** Bleistiftlösungen werden nicht gewertet!
- Es zählt die Antwort, die sich im dafür vorgesehenen Kästchen befindet! Soll eine andere Antwort gewertet werden, so ist diese **eindeutig** zu kennzeichnen!
- Jegliches Schummeln, und auch der Versuch desselben, führt zum Ausschluss von der Klausur und einer Bewertung mit **5,0**.

**Wird vom Korrektor/Prüfer ausgefüllt**

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Punkte (max)	12	8	12	10	12	20	14	16	<b>104</b>
Punkte (erreicht)									

<b>Punkte</b>	0..51	52..57	58..63	64..67	68..71	72..75	76..78	79..82	83..86	87..92	93..104
<b>Note</b>	<b>5,0</b>	<b>4,0</b>	<b>3,7</b>	<b>3,3</b>	<b>3,0</b>	<b>2,7</b>	<b>2,3</b>	<b>2,0</b>	<b>1,7</b>	<b>1,3</b>	<b>1,0</b>

Note:

## Aufgabe 1: Sprachgrundlagen

(12 Punkte)

### (a) Faktenwissen

(4 Punkte)

Von welchem Maschinenmodell werden genau die deterministisch kontextfreien Sprachen beschrieben?

Welche Einschränkungen haben die Regeln einer Grammatik, die eine kontextsensitive Sprache beschreibt?

### (b) Zuordnung von Sprachen

(8 Punkte)

Zu welcher der *fünf* in der Vorlesung besprochenen Sprachfamilien innerhalb der Chomsky-Hierarchie gehören die folgenden Sprachen? Geben Sie dabei die *kleinste* Sprachfamilie an, die gerade mächtig genug ist, die entsprechende Sprache zu erkennen.

$$\{a^k \mid k = n^2, n \in \mathbb{N}\}$$

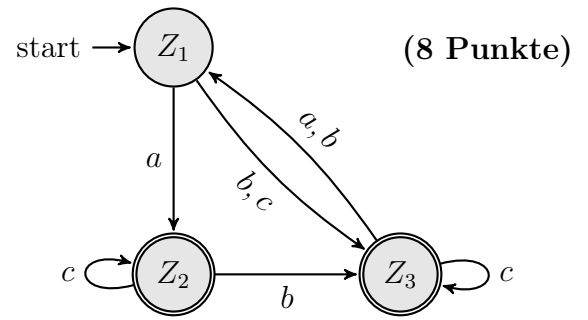
$$\{\alpha\alpha^R \mid \alpha \in \mathbb{B}(2^n - 1), n \geq 0\}$$

$$\{(a^i b)^j c^i \mid i \geq 0, j \in \mathbb{N}_u\}$$

$$\{a^i b^j c^{i+j} \mid i, j \geq 0\} \cap \{a^{i+j} b^i c^j \mid i, j \geq 0\}$$

## Aufgabe 2: Umwandlung DEA $\rightarrow$ RegEx

Gegeben sei der folgende DEA. Wandeln Sie ihn – gemäß dem Vorgehen aus der Vorlesung! – in einen regulären Ausdruck um.



### Aufgabe 3: Pumping Lemma

(12 Punkte)

(a) **Definition**

(4 Punkte)

Wie lautet das Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen?

Sei  $L$  eine kontextfreie Sprache. Dann...

...  $z = uvwxy$  mit den Eigenschaften

(1) , (2)  und (3) .

(b) **Anwendung**

(8 Punkte)

Beweisen Sie, dass  $L := \{a^i b^i c d^j e \mid j = i^2, i \in \mathbb{N}\}$  nicht kontextfrei ist.

**Aufgabe 4: Rechnende Turingmaschine****(10 Punkte)**

Gegeben sei die Binärkodierung einer Zahl  $x \in \mathbb{N}$  als  $\mathbb{B}(x) = x_n \dots x_1 x_0$ . Geben Sie eine Turingmaschine an, welche die Unärkodierung des Wertes  $x \bmod 3$  berechnet.

*Hinweis:*  $x \bmod 3 = \left( \sum_{i \in \mathbb{N}_g} x_i + \sum_{i \in \mathbb{N}_u} 2x_i \right) \bmod 3$

## Aufgabe 5: Entscheidbarkeit

(12 Punkte)

### (a) Definition

(4 Punkte)

Geben Sie die Definition von Semi-Entscheidbarkeit an.

### (b) Beweis

(8 Punkte)

TM-ZWISCHENERGEBNIS

**Gegeben:** DTM  $\mathcal{M}_f$ , die  $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  berechnet, DTM  $\mathcal{M}$  mit Eingabealphabet  $\Sigma$ .

**Gefragt:** Gibt es eine Eingabe  $w \in \Sigma^*$  für  $\mathcal{M}$ , sodass zu irgendeinem Zeitpunkt das Band von  $\mathcal{M}$  genau  $f(w)$  enthält?

Ist TM-ZWISCHENERGEBNIS semi-entscheidbar? Begründen Sie.

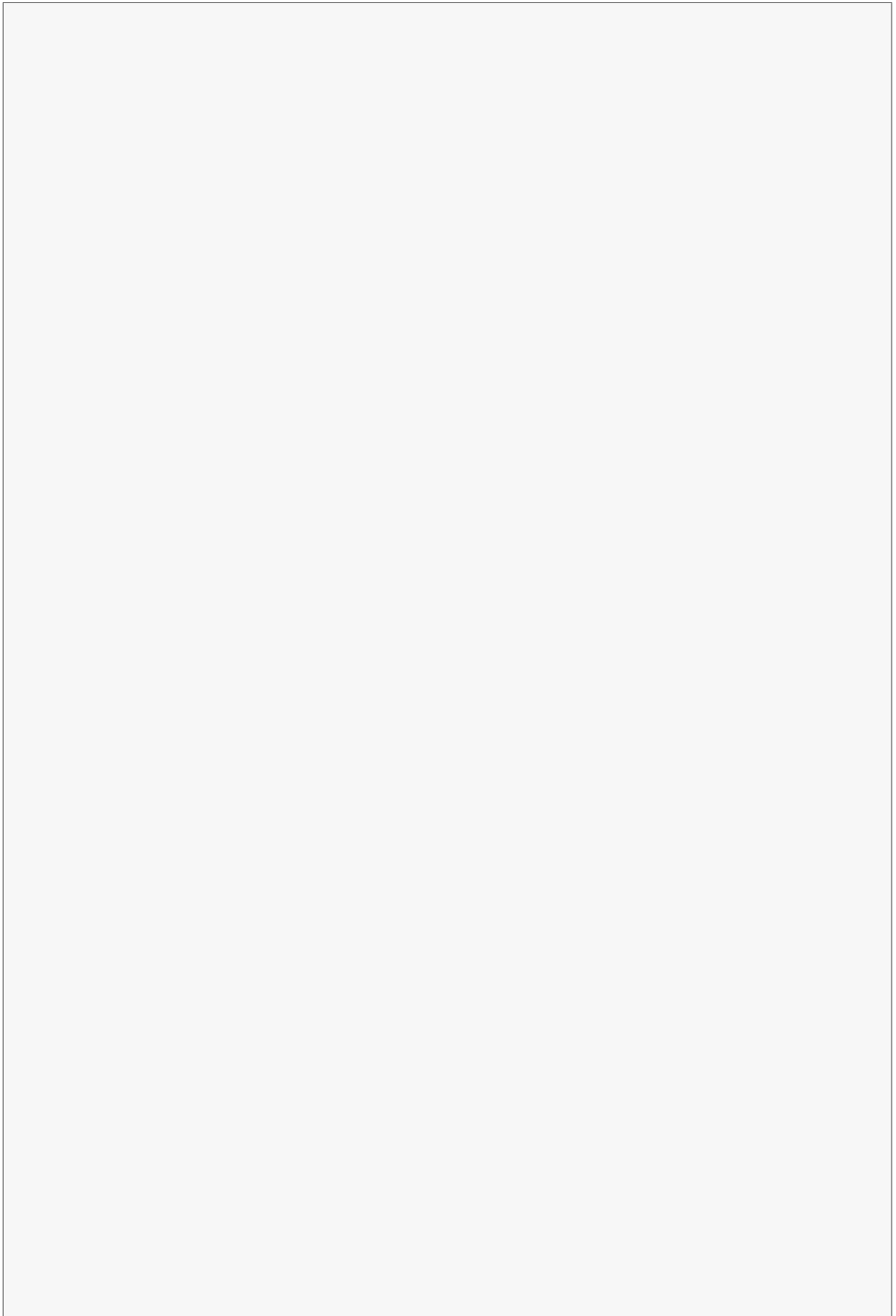
**Aufgabe 6: NP-Vollständigkeit**

**(20 Punkte)**

**(a) Definition**

**(8 Punkte)**

Definieren Sie **NP**-Vollständigkeit, ohne den Begriff „**NP**-schwer“ zu benutzen. Definieren Sie auch den Begriff der Reduktion. Sie können davon ausgehen, dass **NP** definiert ist.



(b) **Reduktion**

(12 Punkte)

Gegeben sei ein zusammenhängender Graph  $G = (V, E)$ , wobei jede Kante  $e \in E$  ein Kantengewicht  $w(e)$  hat, das ohne Rest durch 3 teilbar ist. Eine *balancierte Kantierung* von  $G$  weist jeder Kante in  $E$  entweder den Typ **Kant** oder **Hegel** zu, wobei die Gleichheit

$$\sum_{e \in E: e \text{ ist Kant}} w(e) = \sum_{e \in E: e \text{ ist Hegel}} w(e) \text{ erfüllt wird.}$$

**BALANCIERTEKANTIERUNG**

**Gegeben:** Zusammenhängender Graph  $G = (V, E)$ , Gewichte  $w: E \rightarrow \{3k \mid k \in \mathbb{N}\}$ .

**Gefragt:** Gibt es eine balancierte Kantierung von  $G$ ?

Zeigen Sie, dass **BALANCIERTEKANTIERUNG** **NP**-schwer ist.

*Definieren Sie das bei Ihrer Reduktion verwendete Problem:*

**Name:**

**Gegeben:**

**Gefragt:**



## Aufgabe 7: Fixed Parameter Tractability

(14 Punkte)

### (a) Definition

(4 Punkte)

Wie lautet die Definition von *FPT* (in Bezug auf einen Parameter  $k$ )?

### (b) Tiefenbeschränkter Suchbaum

(10 Punkte)

SWEETSEVENTEEN

**Gegeben:** Graph  $G = (V, E)$  mit Maximalgrad 17.

**Parameter:**  $k \in \mathbb{N}$ .

**Gefragt:** Gibt es eine Auswahl  $S \subseteq V$  von mindestens  $k$  Knoten, sodass kein Knotenpaar aus  $S$  benachbart ist?

Geben Sie ein Vorgehen an, das SWEETSEVENTEEN mittels eines tiefenbeschränkten Suchbaums in *FPT*-Zeit bezüglich Parameter  $k$  entscheidet.

*Hinweis:* Was gilt für einen Knoten  $v$ , wenn keiner seiner Nachbarn in  $S$  ist?



(c) **Randomisierter Algorithmus & Analyse**

(8 Punkte)

Geben Sie einen **BPP**-Algorithmus mit Erfolgswahrscheinlichkeit größer (!) als  $2/3$  an.

*Algorithmus und Analyse:*

*Notizen:*

*Notizen:*